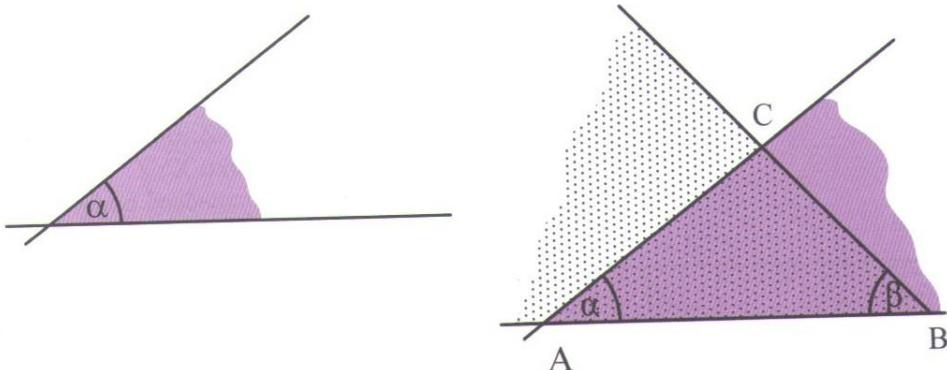


IV. TROJÚHELNÍK

1. Úhel a trojúhelník

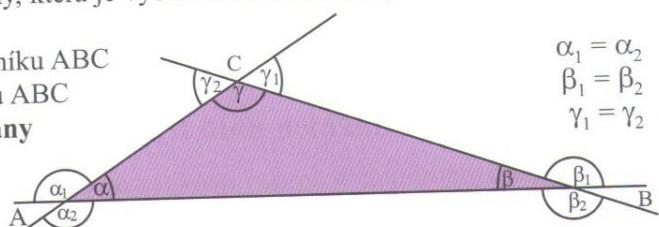
A



Trojúhelník ABC je část roviny, která je vybarvená a zároveň vyšrafovovaná.

α, β, γ – vnitřní úhly trojúhelníku ABC
 A, B, C – vrcholy trojúhelníku ABC
 úsečky AB, BC a AC jsou strany trojúhelníku ABC

α_1, α_2
 β_1, β_2
 γ_1, γ_2



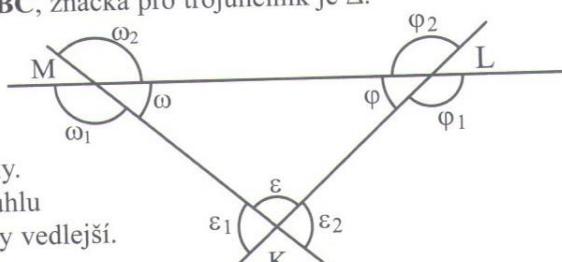
$$\begin{aligned}\alpha_1 &= \alpha_2 \\ \beta_1 &= \beta_2 \\ \gamma_1 &= \gamma_2\end{aligned}$$

Vnější úhly trojúhelníku jsou vedlejší k vnitřním úhlům trojúhelníku.
 Součet velikostí vnějšího a vnitřního úhlu při stejném vrcholu je 180° .

Místo „trojúhelník ABC“ píšeme ΔABC , značka pro trojúhelník je Δ .

A1 Cvičení

1. Je dán ΔKLM .
 - a) Zapište všechny jeho vnitřní úhly.
 - b) Zapište ke každému vnitřnímu úhlu tohoto trojúhelníku všechny úhly vedlejší.



IV. TROJÚHELNÍK

$$\alpha + \beta = 36^\circ 15' + 20^\circ 47'$$

$$36^\circ 15'$$

$$20^\circ 47'$$

$$56^\circ 62' = 57^\circ 02'$$

$$\alpha + \beta = 57^\circ 02'$$

$$\gamma = 180^\circ - 57^\circ 02'$$

$$180^\circ$$

$$- 57^\circ 02'$$

$$179^\circ 60'$$

$$- 57^\circ 02'$$

$$122^\circ 58'$$

$$\underline{\gamma = 122^\circ 58'}$$

Zkouška: $26^\circ 15'$

$20^\circ 47'$

$\underline{122^\circ 58'}$

$\underline{178^\circ 120'} = 180^\circ$

Úhel má velikost $122^\circ 58'$.

B3

Cvičení

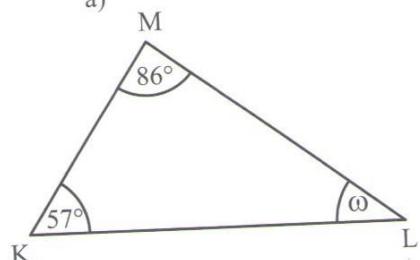
1. Úhly α, β, γ mají velikosti:

- a) $\alpha = 15^\circ, \beta = 84^\circ, \gamma = 81^\circ$
- b) $\alpha = 90^\circ, \beta = 34^\circ, \gamma = 56^\circ$
- c) $\alpha = 45^\circ, \beta = 45^\circ, \gamma = 90^\circ$

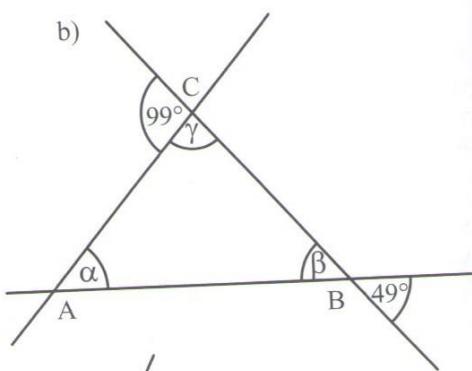
Mohou být úhly α, β, γ vnitřními úhly nějakého ΔABC ?

2. Vypočítejte velikosti vyznačených úhlů.

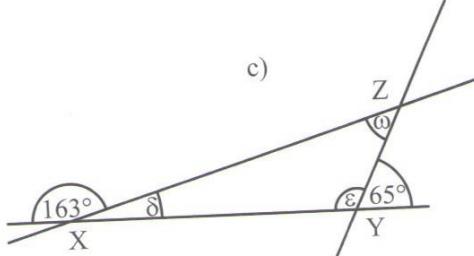
a)



b)



c)



3. Úhly α, β, γ jsou vnitřními úhly ΔABC . Určete velikost úhlu γ .

- a) $\alpha = 74^\circ, \beta = 38^\circ$
- b) $\alpha = 23^\circ 41', \beta = 56^\circ 12'$
- c) $\alpha = 77^\circ 53', \beta = 69^\circ 38'$

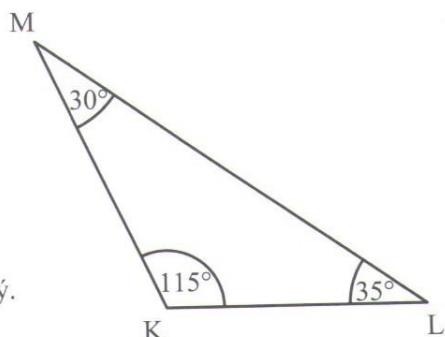
4. Je dán ΔABC se dvěma vnitřními úhly α, β . Může být součet
 a) $\alpha + \beta = 180^\circ$,
 b) $\alpha + \beta > 180^\circ$?

C

Jak dělíme trojúhelníky podle velikostí vnitřních úhlů?

Příklad:

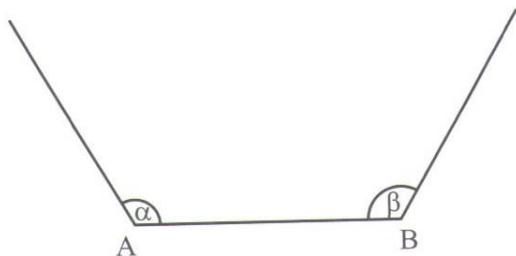
Na obrázku vidíte ΔKLM se zapsanými velikostmi jeho vnitřních úhlů.



Jeden z vnitřních úhlů ΔKLM je tupý.
 Dokážali byste načrtnout trojúhelník, jehož dva vnitřní úhly by byly tupé?

Řešení:

Asi jste zjistili, že se vám nedaří takový trojúhelník načrtnout.
 Prohlédněte si, jak se snažila úlohu vyřešit Nikola:

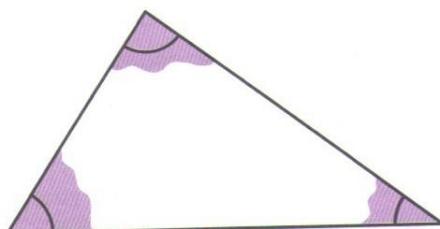


„Toto ale není trojúhelník,“ uvědomila si Nikola. „Vždyť je jasné, proč takový trojúhelník nemohu narýsovat. Úhly α a β jsou oba tupé, jejich velikosti jsou tedy větší než 90° . Součet $\alpha + \beta$ bude proto určitě větší než 180° . V žádném trojúhelníku ale nemůže být součet velikostí vnitřních úhlů větší než 180° .“

- C1 Pamatujte si:** Podle velikostí vnitřních úhlů můžeme trojúhelníky rozdělit do tří skupin:

ostroúhlý trojúhelník

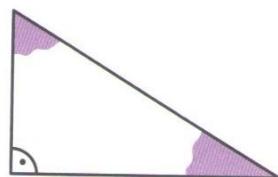
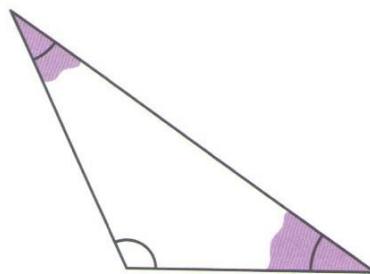
– má všechny vnitřní úhly ostré;



IV. TROJÚHELNÍK

tupoúhlý trojúhelník

- má jeden vnitřní úhel tupý,
zbývající dva jsou ostré;



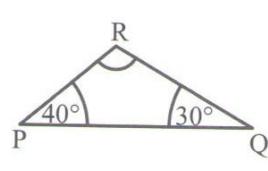
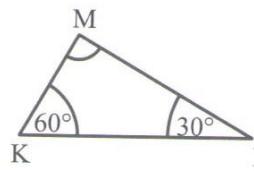
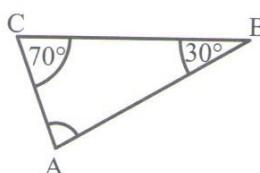
pravoúhlý trojúhelník

- má jeden vnitřní úhel pravý
a dva zbývající ostré

Žádný jiný případ již není možný.

C2 Cvičení

- Zapište, zda jde o trojúhelník ostroúhlý, pravoúhlý, nebo tupoúhlý (nejprve si vypočítejte velikosti všech úhlů).



- Je možné, aby v ΔABC měly vnitřní úhly α , β , γ velikosti:

- a) $\alpha = 15^\circ$, $\beta = 74^\circ$, $\gamma = 91^\circ$
- b) $\alpha = 80^\circ$, $\beta = 44^\circ$, $\gamma = 56^\circ$
- c) $\alpha = 45^\circ$, $\beta = 45^\circ$, $\gamma = 90^\circ$

Jestliže ano, uveďte názvy jednotlivých trojúhelníků.

- V ΔABC určete velikost třetího úhlu γ :

- a) $\alpha = 30^\circ$, $\beta = 70^\circ$
- b) $\alpha = 15^\circ 37'$, $\beta = 10^\circ$
- c) $\alpha = 110^\circ 42'$, $\beta = 50^\circ 11'$

O jaké trojúhelníky se v a), b), c) jedná?

- Při tvorbě map a plánů se geodeti „napojují“ na zeměpisné souřadnice určitých pevných bodů v terénu, jimiž jsou například vrcholy věží kostelů či jakési dřevěné „rozhledny“, pod jejichž vrcholy jsou zabudovány žulové kameny s křížky. Pevné body tvoří trojúhelníkovou síť. Jeden z trojúhelníků této sítě – ΔABC – je na obrázku. V něm byla určena délka strany AB. Velikosti úhlů α , β byly zjištěny úhlopříčným přístrojem (theodolitem).